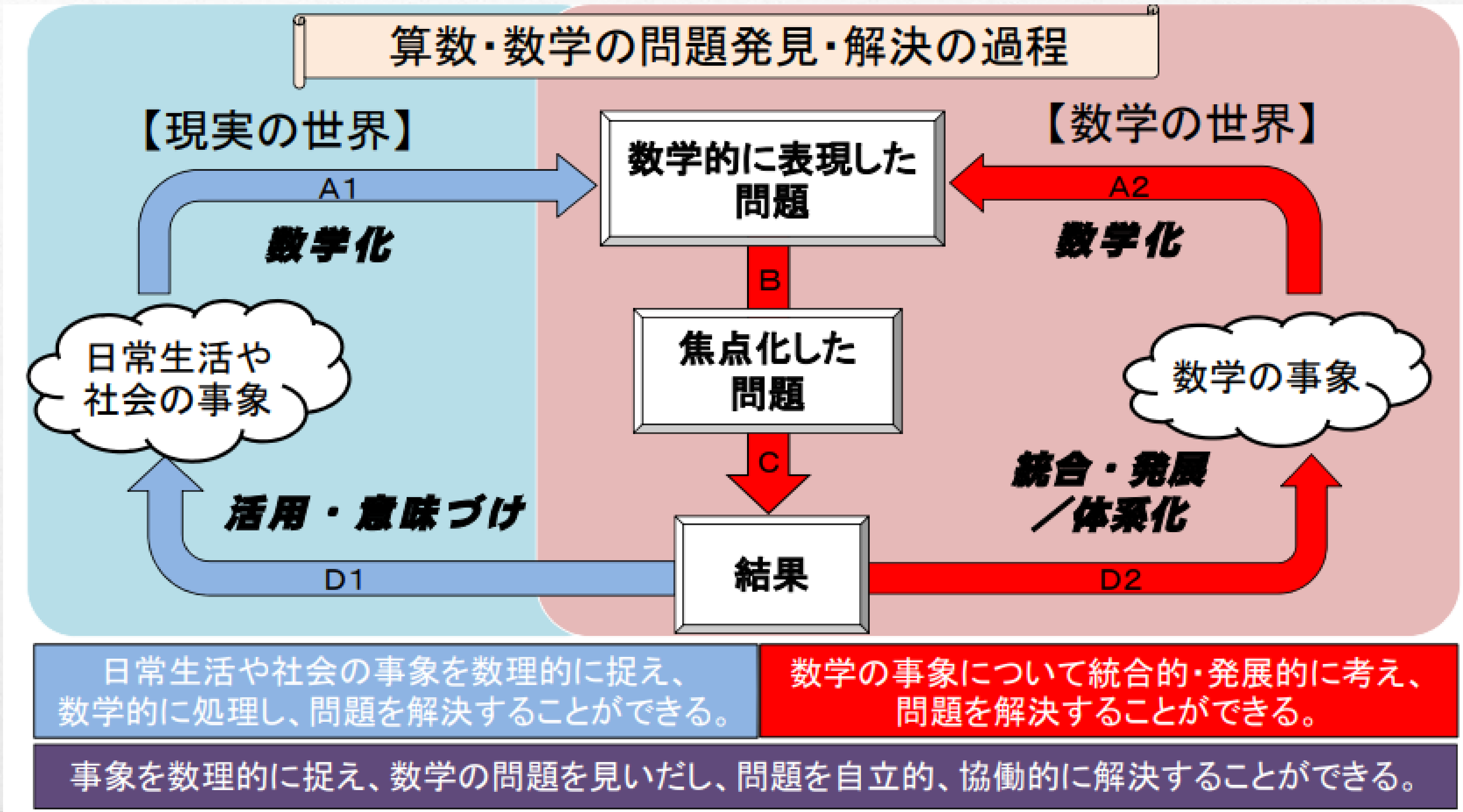
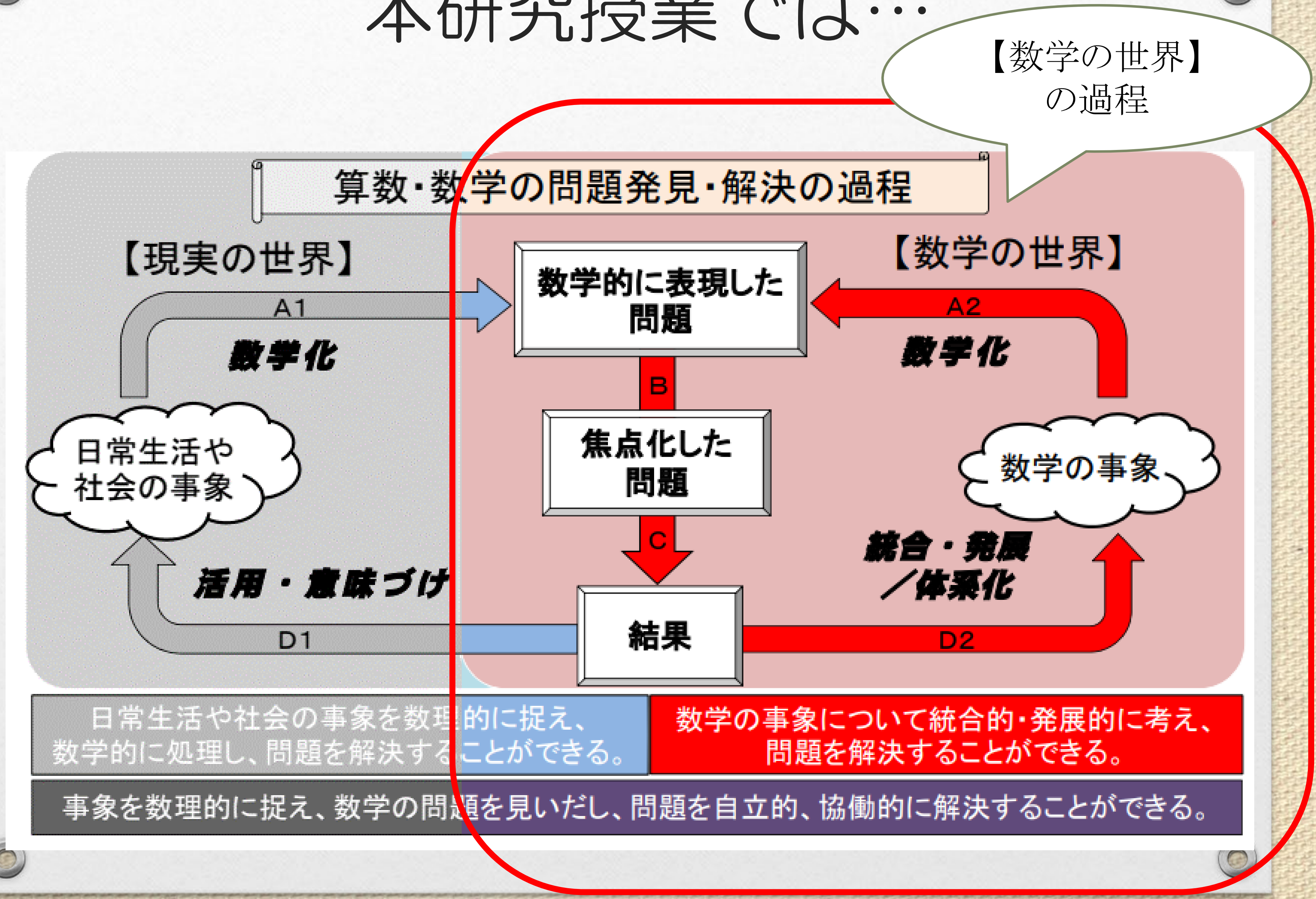
問題発見・解決の過程を意識した授業づくりについて

問題発見・解決の過程とは



本研究授業では…


【数学の世界】
の過程
算数・数学の問題発見・解決の過程
【現実の世界】
【数学の世界】
数学的に表現した
問題
A1
数学化
A2
数学化
B
集点化した
問題
日常生活や
社会の事象
数学の事象
C
統合・発展
／体系化
活用・意味づけ
結果
D1
D2
日常生活や社会の事象を数理的に捉え、
数学的に処理し、問題を解決することができる。
数学の事象について統合的・発展的に考え、
問題を解決することができる。
事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決することができる。

指導案検討会の主な流れ

第1回指導案検討会

主な検討点：本時のねらい（目標）、単元全体の在り方と本時の関係について

第2回指導案検討会

主な検討点：本時のねらい（目標）、探究的な授業に対する展開の在り方について

第3回指導案検討会

主な検討点：本時のねらい（目標）、課題設定に対する生徒の反応予想

授業研究チーム（高校教員、大学教授、指導主事等）

第１回目の指導案検討会

単元「微分法」と
内容が変わらない
のではないか?

○学習指導案について(単元計画)

※単元「微分法」の後に、新たな単元「『微分法』の活用法のまとめ」を設定

4　単元の指導と評価の計画（計 4 時間）

次（時間）	ねらい	学習内容・学習活動	評価規準(評価方法)
1	微分可能と連続性の関係、微分可能であることの定義について理解を基に、考察できるようにする。	発展的な問題を通して、微分可能と連続性の関係、微分可能性について、考察する。	イ—①（学習プリント） イ—②（学習プリント）
2	いろいろな関数の微分やそれらを活用した問題について理解できるようにする。	特に、三角関数、対数、指数などを正確に微分する。また、自然対数の定義についても確認する。	ア—①②（行動観察）
3	２つの数の大小関係を示すために、ある関数に着目し、微分が役立つことに気づき、大小関係の比較に生かすことができるようにする。	自然対数を含んだ数の大小関係について、微分法を用いることでグラフが単調減少であると見通しを持ち、考察する。	ア—③（行動観察） イ—③（学習プリント・発表）
4	微分のまとめとして総合問題を演習し、数学Ⅲで学んだ微分法の良さや有用性を振り返ることができる。	微分法を含んだ総合問題の演習を通して、その問題解決の過程を振り返って学習の成果を実感する。	ウ—①②（学習プリント）

第１回目の指導案検討会

○単元計画について

　この「『微分法』の活用法のまとめ」という単元では、数学Ⅱの「微分の考え」と数学Ⅲ「微分法」で共通している数学的な思考や、数学Ⅱの「微分の考え」のみでは不足している部分を補う発展的な思考に重点を置いている。

授業者

　例えば、単元「微分法」での生徒のつまずきや課題を踏まえ、新たに設定した単元で生徒に身に付けさせたい資質・能力を明確にし、この単元では、○○に焦点をあてよう、などと考えるとよいのではないか。

授業研究チーム

第１回目の指導案検討会

○学習指導案について

【本時のねらい（目標）】

関数の変化に着目し、事象の数学的な特徴や既習事項の原理・法則を数学的に捉え、関連付けたり、問題を解決したりすることができる。　【思考・判断・表現】

?

【本時の問い】

「e^{π}とπ^{e}　のどちらが大きいか」ついて、どのように考えればよいだろうか

【課題１】

「e^{π}とπ^{e}」について、関数として考えることはできないだろうか。

【課題２】

$\dfrac{\log e}{e}$、$\dfrac{\log \pi}{\pi}$　が関数の一部である場合、$e < \pi$ を利用して問いを解決しようう。

第１回目の指導案検討会

○学習指導案について

生徒にこの問題で一番気付かせたいことは何か確認したい。

この問題を解く意味を生徒に理解させる必要があるのではないか。

また、問題をスムーズに解かせたいからといって、解答を導くために事前に練習問題を解かせることに意味はないのでは？

授業研究チーム

$y=\frac{logx}{x}$に気付くことがポイントではなく、既習事項と関連付けて考察させることを重視したいと考えている。

数学Ⅲを履修している生徒の実態を踏まえ、単元全体の流れや本時のねらいを明確にして、再考する。

授業者

第１回目の指導案検討会

第1回目の指導案の詳細はこちら

○学習指導案について

	○課題１ e^{π}とπ^{e}　について関数として考えることはできないだろうか。	
	○本日の課題を関数化できないか？ S：　e^{π}はe^{x}　で良いのかな。でも、π^{e}はどう表せば良いのだろう。 ○指数がある時は、どうすれば平易になるだろうか？ S:対数をとると、 e^{π}は　$\pi\log e$　となり、π^{e}は　$e\log\pi$となるけど、これは簡単だとは思えないなぁ。 ○$\pi\log e$　や　$e\log\pi$　はこのまま考えるのかな。 S1：比較しやすい形に変形すると良いのかな。 S2：$e\pi$で割ると、　$\frac{\log e}{e}$，$\frac{\log\pi}{\pi}$　なるよ。 ○この二つの値を見て気づくことはないかな。 S：ある関数の一部ではないだろうか。	・以下、必要な場面で発問するようにする。 ・良い意見が出ていたら、全体に共有し、対数をとればいいことに気付かせる。 ・ここで$y=\frac{\log x}{x}$　という関数に気付ける生徒がいればその考えを活かす。 ◇【思】関数の変化に着目し，事象の数学的な特徴や既習事項の原理や法則を数学的に捉え、関連付けたり、問題を解決したりすることができる。
展　開 ② 15 分	・個人思考させる。 課題２ $\frac{\log e}{e}$，$\frac{\log\pi}{\pi}$　が関数の一部である場合、$e<\pi$　を利用して問いを解決しよう。 S1:関数は、$y=\frac{\log x}{x}$だと思う。 S2:$y=\frac{\log x}{x}$　のグラフをかいてたしかめてみようかな。	T：グラフがかけない生徒に対しては、どこでつまずいているのか確認する。 ◇【思】関数の変化に着目し，事象の数学的な特徴や既習事項の原理や法則を数学的に捉え、関連付けたり、問題を解決したりすることができる。

課題1について、「関数として考えることはできないだろうか」と示してしまうと、関数を活用することがなぜ必要であるのか気付かないまま課題に取り組んでしまう可能性がある。

課題2について、「関数の一部である」と断定されていると、課題1が解決できていない生徒は考え方が分からないまま学習を進めることになる。

第２回目の指導案検討会

本時のねらいは変わったけれど･･･

○学習指導案について(単元計画)

4　単元の指導と評価の計画（計４時間）

次（時間）	ねらい	学習内容・学習活動	評価規準(評価方法)
1	微分可能と連続性の関係、微分可能であることの定義について理解を基に、考察できるようにする。	発展的な問題を通して、微分可能と連続性の関係、微分可能性について、考察する。	イー①（学習プリント） イー②（学習プリント）
2	いろいろな関数のグラフについて微分法を活用して理解できるようにする。	特に、三角関数、対数、指数などを正確に微分する。また、自然対数の定義についても確認する。	アー①②（行動観察）
3	微分を活用して、関数の変化に着目したり、既習事項と関連付けたりすることで大小関係の比較ができるようにする。	数の大小関係を比較する際に、微分法を用いることでグラフが単調減少であると見通しを持ち、考察する。	イー②（学習プリント・発表）
4	微分の活用法のまとめとして総合問題を演習し、数学Ⅲで学んだ微分法の良さや有用性を振り返ることができる。	微分法を含んだ総合問題の演習を通して、その問題解決の過程を振り返って学習の成果を実感する。	ウー①②（学習プリント）

第２回目の指導案検討会

○学習指導案について

【本時のねらい（目標）】

関数の変化に着目したり、既習事項と関連付けたりして大小関係の比較し、問題を解決することができる。【思考・判断・表現】

【本時の問い】

「$\dfrac{\log e}{e}$，$\dfrac{\log \pi}{\pi}$　のどちらが大きいか」ついて、<u>どのように考えればよいだろうか。</u>

【課題１】

e^{π}とπ^{e}の大小関係を考えよう。

【課題２】

$0 < a < b$であるとき、$b^{a} < a^{b}$が常に成り立つと考えた。正しいかどうか確認せよ。

第２回目の指導案検討会

○学習指導案について

単元全体で生徒に何を身に付けさせたいのか、「見える化」した方がよい。問題を解いて終わりではなく、数学を活用することに必要性を感じると腹落ちする学びとなる。それはどの部分であるか。

関数を使うことを知っていれば問題は解けるが、関数を使うことに気付くプロセスを考えることが大切である。問題解決型の授業にするには、「比較・検討」という展開場面が入ってくるとよいのではないか。

授業研究チーム

現状の指導案では、生徒にとって腹落ちする学びとなるのは、課題が解けたところだと思う。本当は、関数が必要であるというところを生徒に気付かせるべきだと考える。

「応用問題を解く＝発展的に考察する」ということではなく、プロセスを重視し、生徒それぞれの考え方を「比較・検討」できるところを設定してみようと思う。

授業者

第２回目の指導案検討会

第2回目の指導案の詳細はこちら

〇指導案について

	〇本日の問いを確認します。 「$\frac{\log e}{e}$ ， $\frac{\log \pi}{\pi}$ のどちらが大きいか」ついて、どのように考えればよいだろうか	を確認。
展開 ① 18 分	〇どちらが大きいかを予想してみよう S1：$\log e$は１だから片方は$\frac{1}{e}$だ。 S2：$\frac{\log \pi}{\pi}$がうまく計算できない。 S3：単純計算は少々面倒だ。 〇今までどのように大小比較をしていたか？ S1：２数を引いた差と０の大小関係から示す。 S2：関数の単調減少・増加の性質を利用する。 S3：$\log e^{\frac{1}{e}}$ と $\log \pi^{\frac{1}{\pi}}$ を比較すればうまくいかないかな。 〇どれかの方法かを選んで大小比較をしてください。	T：周囲と対話的に学べるように声掛けをする。 ・この段階では、単純な予想なので、自由に意見を出させる。 T:大小比較する方法にはどんな方法があるか発言させる。発言がない場合は、微分を用いた不等式の証明や数Ⅱの既習事項を振り返るよう働きかける。 ・数Ⅱの教科書データを画面で提示してもよい。 T：グループになってもよい。全体ですべての解答が出そろうように配慮する。
	・それぞれで検討する。グループ、個人の形態は問わない。 〇机間指導で以下のようなやりとりをする。最終的に生徒に解答を発表してもらう。 S1：$\frac{\log e}{e} < \frac{\log \pi}{\pi}$ と予想して、$\frac{\log \pi}{\pi} - \frac{\log e}{e}$を考えました。$\pi < e \log \pi$まではたどり着いたのですが途中でわからなくなりました。 S2：$\frac{\log e}{e} < \frac{\log \pi}{\pi}$ と予想して、両辺に$e\pi$をかけました。$\pi < e \log \pi$まではたどり着いたのですが途中でわからなくなりました。 S3：底はｅ だから、$e^{\frac{1}{e}}$ と $\pi^{\frac{1}{\pi}}$ の大小関係を比較することはわかるけど、$\frac{1}{e}$ と$\frac{1}{\pi}$ があるからな。$y = x^{\frac{1}{x}}$ のグラフをかいて確かめたいけど、どうしたらよいのだろう。	・生徒の解法をタブレット端末で写し、前方のモニターへ投影し、生徒に解説をしてもらう。 T1:S2、S3 の考え方を共有して、関数を定義することに気づかせる。 T2:定数πを変数として置き換えて、関数を定義するとよいことに気付かせる。 T3:両辺の対数をとって考えることを伝える。 ・S1～S3 どの方法でも関数を定義し、微分をすることで結論が得られることに留意する。 T：グラフがかけない生徒に対しては、どこでつまずいているのか確認する。

第1回目の指導案と比較すると、本時の問いが大きく変わっている。それにより、予想する生徒の反応は探究的な学びの側面が見えてきており、教師の手立てについても具体的な支援が記載されている。

しかし、課題1の「e^{π}とπ^{e}の大小関係を考えよう」につなげるには工夫が必要である。

第3回目の指導案検討会

3時間目と4時間目は
関連し始めたけれど・・・

○学習指導案について(単元計画)

	た問題について理解できるようにする。	る。また、自然対数の定義についても確認する。	
3	関数の変化に着目したり，既習事項と関連付けたりして大小関係の比較し、問題を解決することができるようにする。	自然対数を含んだ数の大小関係について、微分法を用いることでグラフが単調減少であると見通しを持ち、考察する。	ア—②（行動観察） イ—②（学習プリント・発表）
4	微分のまとめとして総合問題を演習し、数学Ⅲで学んだ微分法の良さや有用性を振り返ることができる。	微分法を含んだ総合問題の演習を通して､その問題解決の過程を振り返って学習の成果を実感する。	ウ—①②（学習プリント）

4時間目で扱う題材

$x>0$ のとき，任意の自然数nに対して，次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$e^x > 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

第３回目の指導案検討会

○学習指導案について

【本時のねらい（目標）】

微分を活用して、関数の変化に着目したり、既習事項と関連付けたりすることで大小関係の比較ができるようにする。

【思考・判断・表現】

?

【本時の問い】

「$\frac{\log e}{e}$，$\frac{\log \pi}{\pi}$ のどちらが大きいか」ついて、どのように考えればよいだろうか。

【課題１】

大小比較に必要な考え方はなんだろうか。

【課題２】

太郎さんは、$0 < a < b$であるとき、$b^a < a^b$ が常に成り立つと考えた。正しいかどうか確認せよ。ただし、理由も書くこと。

第３回目の指導案検討会

○学習指導案について

本時の問いがよいから生かしたい。そのためには、生徒が課題を解決できるだけではなく、その考え方を活用できるようにすることが大切だと考える。生徒から、関数を定義することをいかに引き出せるかがポイントになる。

「今までどのように大小比較をしていたか?考えられる方法を答えよう」というところが生徒の考えを引き出すポイントであると考えている。また、生徒から出てきた方法を板書で比較させることを考えている。

課題1は本時の問いに対して、問いの本質を引き出す部分になる。

授業時間を考慮すると課題2は本時の中で扱うのは厳しいのではないか。

課題2につなげるためにも、「関数に結び付けて思考する」ことを意識させたいと考えているが、課題2の扱い方も含めて検討したい。

授業研究チーム

授業者

第３回目の指導案検討会

○学習指導案について

	○今までどのように大小比較をしていたか？考えられる方法を答えよう。 S1：２数を引いた差と０の大小関係から示す。 S2：関数の単調減少・増加の性質を利用する。 S3：$\log e^{\frac{1}{e}}$ と $\log\pi^{\frac{1}{\pi}}$ を比較する。 ○それぞれの方法を検討してみよう。	T:大小比較する方法にはどんな方法があるか発言させる。発言がない場合は、微分を用いた不等式の証明や数Ⅱの既習事項を振り返るよう働きかける。 ・数Ⅱの教科書データを画面で提示してもよい。
	・それぞれで検討する。グループ、個人の形態は問わない。 ・生徒の検討結果から、進めていく	T：でてきた案をＡパターン、Ｂパターンなどと板書し、整理する。全体で各方法の検討が進むように配慮する。グループになってもよい。全体ですべての解答が出そろうように配慮する。
	○机間指導で以下のようなやりとりをするが、最終的に生徒に解答を発表してもらう。 S1：$\frac{\log e}{e} < \frac{\log\pi}{\pi}$ と予想して、$\frac{\log\pi}{\pi} - \frac{\log e}{e}$を考えました。$\pi < e\log\pi$まではたどり着いたのですが途中でわからなくなりました。 S2：$\frac{\log e}{e} < \frac{\log\pi}{\pi}$ と予想して、両辺に$e\pi$をかけました。$\pi < e\log\pi$まではたどり着いたのですが途中でわからなくなりました。 S3：底は e だから、$e^{\frac{1}{e}}$ と $\pi^{\frac{1}{\pi}}$ の大小関係を比較することはわかるけど、$\frac{1}{e}$ と$\frac{1}{\pi}$ があるからな。$y = x^{\frac{1}{x}}$ のグラフをかいて確かめたいけど、どうしたらよいのだろう。	・生徒の気づきを板書し、比較検討できるようにする。 T1:S2、S3 の考え方を共有して、関数を定義することに気づかせる。 T2:定数πを変数として置き換えて、関数を定義するとよいことに気付かせる。 T3:両辺の対数をとって考えることを伝える。 ・T1～T3 は、すぐに結論として伝えずに、生徒の思考の段階を見ながら必要な働きかけをする。
	○いずれのケースにも共通する考え方は何だろうか。 S：関数を定義し、微分することでグラフの増減を確かめること。 ○では、実際にやってみよう。 S1：$y = \frac{\log x}{x}$ のグラフをかいて考えた。$x = e$で極大値となるので、$x > e$ ではグラフは単調減少。$e < \pi$だから$\frac{\log e}{e} > \frac{\log\pi}{\pi}$だ。 S2：$f(x) = e\log x - x$として、$f(x) > 0$ を示す。	・S1～S3 どの方法でも関数を定義し、微分をすることで結論が得られることに留意する。 T：グラフがかけない生徒に対しては、どこでつまずいているのか確認する。 ・以下、必要な場面で補助的な発問に心がける。 T1：完全に導けていなくても、方向性がこれに近いものについては、考え方を全体で共有する。 T2、3：グラフをかいた段階で、今何を求めるべ

第3回目の指導案の詳細はこちら

「今までどのように大小比較をしていたか」という発問は、既習事項との関連を、また、「いずれのケースにも共通する考え方は何だろう」という発問や「生徒の気付きを板書し」という留意点は、比較・検討を通してよりよい解法を、考察させる意図的な発問や働きかけである。

研究授業当日の様子

最終版の指導案の
詳細はこちら

○学習指導案最終版

時間	学習内容・学習活動 ○ 質問・発問・指示　S 生徒の反応　・ 学習活動	指導上の留意事項 ・ 留意点　T 教師の手立て　◇ 評価規準(評価
導入 5分	○今日は大小関係の問題を扱います。 ○本日の問いを確認します。	・座席は自由席。座席配置も自由とする。 T：単元の目標である、「関連付け」を意識 ことを確認。
	「$\frac{\log e}{e}$ 、$\frac{\log \pi}{\pi}$ のどちらが大きいか」ついて、どのように考えればよいだろうか	
展開 ① 35分	○どちらが大きいかを予想してみよう。 S1：$\log e$は1だから片方は$\frac{1}{e}$だ。 S2：$\frac{\log \pi}{\pi}$がうまく計算できない。 S3：単純計算は少々面倒だ。 ○今までどのように大小比較をしていたか？考えられる方法を答えよう。 S1：２数を引いた差と０の大小関係から示す。 S2：関数の単調減少・増加の性質を利用する。 S3：$\log e^{\frac{1}{e}}$ と $\log \pi^{\frac{1}{\pi}}$ を比較する。 S4：わからない。	T：周囲と対話的に学べるように声掛けを ・この段階では、単純な「予想」なので、 意見を出させる。 T:大小比較する方法にはどんな方法があ 言させる。発言がない場合・S4のよう が多い場合は、微分を用いた不等式の 数Ⅱの既習事項を振り返るよう働きか その際、教科書データを画面で提示し い。

	○それぞれの方法を検討してみよう。 ・それぞれで検討する。グループ、個人の形態は問わない。 ・以下は生徒の検討状況を見定めながら、進めていく ○机間指導で以下のようなやりとりをするが、最終的に生徒に解答を発表してもらう。 S1：$\frac{\log e}{e}<\frac{\log \pi}{\pi}$ と予想して、$\frac{\log \pi}{\pi}-\frac{\log e}{e}$を考えましたが、ここからわかりません。 S2: $\frac{\log e}{e}<\frac{\log \pi}{\pi}$ と予想して、両辺に$e\pi$をかけました。$\pi<e\log\pi$まではたどり着いたのですが途中でわからなくなりました。 S3：底は $e>0$だから、$e^{\frac{1}{e}}$ と $\pi^{\frac{1}{\pi}}$ の大小関係を比較することはわかるけど、$\frac{1}{e}$ と$\frac{1}{\pi}$ があるからな。$y=x^{\frac{1}{x}}$ のグラフをかいて確かめたいけど、どうしたらよいのだろう。 S4：$\frac{\log \pi}{\pi}-\frac{\log e}{e}$ から何をしたら良いのかわかりません。 ○いずれのケースにも、この後に共通する考え方の見通しは何だろうか。 S：関数を定義し、微分することでグラフの増減を確かめること。 S4：わかりません ○では、見通しを踏まえて実際にやってみよう。 S1：$y=\frac{\log x}{x}$ のグラフをかいて考えた。 $x=e$で極大値となるので、$x>e$ ではグラフは単調減少。$e<\pi$だから$\frac{\log e}{e}>\frac{\log \pi}{\pi}$だ。 S2：$f(x)=e\log x-x$として、$f(x)>0$ を示す。 $f'(x)=\frac{e}{x}-1$となり$x=e$で極大値をもつことまでは確認できたよ。	T：でてきた案をAパターン、Bパターンなど 板書し、整理する。 T：全体で各方法の検討が進むように配慮す グループになってもよい。全体ですべての 答が出そろうように配慮する。 ・生徒の気づきや困り感などを板書すること どより、互いに思考の不足部分を補えるよう 状況を作り出し、検討が進むようにする。 T:関数を定義するということに気付けない生 へは単調減少・単調増加の性質を用いた大小 較についての例を示し、関数を定義すること 着想させる。 T1:S2、S3の考え方を共有して、関数を定義す ことに気づかせる。 T2:定数πを変数として置き換えて、関数を定 するとよいことに気付かせる。 T3:両辺の対数をとって考えることを伝える。 ・T1～T3は、すぐに結論として伝えずに、生 の思考の段階を見ながら必要な働きかけを る。 T4：関数の単調減少、単調増加の性質を用い 大小比較についての例を提示し、思考するよ 促す。 ・板書の比較検討を十分に行うことで、S1～ どの方法であっても、共通している考え方 関数を定義し、微分をして、グラフの増減 確かめることで結論が得られるのではない という予想をさせる。 T4:S1～S3 の生徒に何をしたか・見通しを話 てもらい共通点を探れるようにする。 ・それぞれどのような関数を定義したか、途 で確認をする。 ・以下、必要な場面で補助的な発問に心がけ T1：完全に導けていなくても、方向性がこれ 近いものについては、考え方を全体で共 する。 T2、3：グラフをかいた段階で、今何を求める

	S3：$y=x^{\frac{1}{x}}$ のグラフをかいたら、$x=e$で極大値をもつことを確認したよ。$e<\pi$ だから、$e^{\frac{1}{e}}>\pi^{\frac{1}{\pi}}$ が得られたよ。 S4：わかりません。 ○関数を結びつけて考えるときに、気をつけたポイントは何だろう。 S1:$\frac{\log e}{e}$と$\frac{\log \pi}{\pi}$ の、eとe 、πとπ のところを x にしたところかな。 S2: 最初、$\pi<e\log\pi$ と予想したところから考えたから、πとπをx にしたところかな。 S3: $e^{\frac{1}{e}}$ と $\pi^{\frac{1}{\pi}}$ の大小関係を比較することから考えたから、eとe 、πとπ のところを x にしたところかな。	きかについて、わからなくなっているので、最初の問題に立ち返り、何を求めるか再度確認させる。 T2,3,4：グラフがかけない生徒に対しては、どこでつまずいているのか確認する。 T4:微分がやりやすいと思われるS2の案について説明をし、微分する方向へ誘導する。 ・問いの答えは、こちらから示すのではなく、生徒同士で導き、共有できるようにする。 ・生徒の解法をタブレット端末で写し、前方のモニターへ投影し、生徒に解説をしてもらう。 T1～4：ここでは、生徒の言葉でまとめさせるように留意する。 ・どのように関数と考えるかというポイントを整理させる。それぞれの場合に偶然にできたという考え方ではなく、どの場合でも留意する点に気付かせたい。 ・次時の問いへとつなげるための捉え方である。
展開 ② 5分	○ $\frac{\log e}{e}>\frac{\log \pi}{\pi}$であるという結果から、新たに気づくことはあるかな。	
	S1：対数のままで考えても、引き算で考えても、指数で考えても結果は一緒だった。 S2：交差してる？なんか、両辺に$e\pi$かけたら、$\pi\log e>e\log\pi$みたいな関係が成り立つ。 S3：さらに、$\log e^{\pi}>\log\pi^{e}$ じゃないの？ S4：$e^{\pi}>\pi^{e}$ になるってことじゃない？	・本時の考察を振り返りながら、気付いたことを自由に発言させる。 ・S4の気づきへ促したい。 ・さらに、例えば2^3と3^2のように底と指数を入れ替えたものの大小関係はどうなっているかを投げかけて次の課題につなげる。
まとめ 5分	○この時間でポイントになった考え方について、振り返ろう。 次時の課題の確認	・Google classroom で forms によるアンケートを実施する。本日のノートを撮影し、クラスルームに提出する。 ◇【思】微分を活用して、関数の変化に着目したり、既習事項と関連付けたりすることで大小関係の比較ができる。
	太郎さんは $0<a<b$であるとき、$b^a<a^b$が常に成り立つと考えた。正しいかどうか確認せよ。ただし、理由も書くこと。	

研究授業当日の様子

○学習指導案について

	○では、見通しを踏まえて実際にやってみよう。 S1：$y=\frac{\log x}{x}$ のグラフをかいて考えた $x=e$で極大値となるので、$x>e$ ではグラフは単調減少。$e<\pi$だから$\frac{\log e}{e}>\frac{\log \pi}{\pi}$だ。 S2：$f(x)=e\log x-x$として、$f(x)>0$ を示す。$f'(x)=\frac{e}{x}-1$となり$x=e$で極大値をもつことまでは確認できたよ。	・それぞれどのような関数を定義したか、途中で確認をする。 ・以下、必要な場面で補助的な発問に心がける。 T1：完全に導けていなくても、方向性がこれに近いものについては、考え方を全体で共有する。 T2、3：グラフをかいた段階で、今何を求めるべ
	S3：$y=x^{\frac{1}{x}}$ のグラフをかいたら、$x=e$で極大値をもつことを確認したよ。$e<\pi$ だから、$e^{\frac{1}{e}}>\pi^{\frac{1}{\pi}}$ が得られたよ。 S4：わかりません。	きかについて、わからなくなっているので、最初の問題に立ち返り、何を求めるか再度確認させる。 T2、3、4：グラフがかけない生徒に対しては、どこでつまずいているのか確認する。 T4：微分がやりやすいと思われるS2の案について説明をし、微分する方向へ誘導する。 ・問いの答えは、こちらから示すのではなく、生徒同士で導き、共有できるようにする。 ・生徒の解法をタブレット端末で写し、前方のモニターへ投影し、生徒に解説をしてもらう。
	○関数を結びつけて考えるときに、気をつけたポイントは何だろう。 S1：$\frac{\log e}{e}$と$\frac{\log \pi}{\pi}$ の、eとe 、πとπ のところをx にしたところかな。 S2：最初、$\pi<e\log\pi$ と予想したところから考えたから、πとπをx にしたところかな。 S3：$e^{\frac{1}{e}}$ と $\pi^{\frac{1}{\pi}}$ の大小関係を比較することから考えたから、eとe 、πとπ のところをx にしたところかな。	T1〜4：ここでは、生徒の言葉でまとめさせるように留意する。 ・どのように関数と考えるかというポイントを整理させる。それぞれの場合に偶然にできたという考え方ではなく、どの場合でも留意する点に気付かせたい。 ・次時の問いへとつなげるための捉え方である。
展開② 5分	○ $\frac{\log e}{e}>\frac{\log \pi}{\pi}$であるという結果から、新たに気づくことはあるかな。	

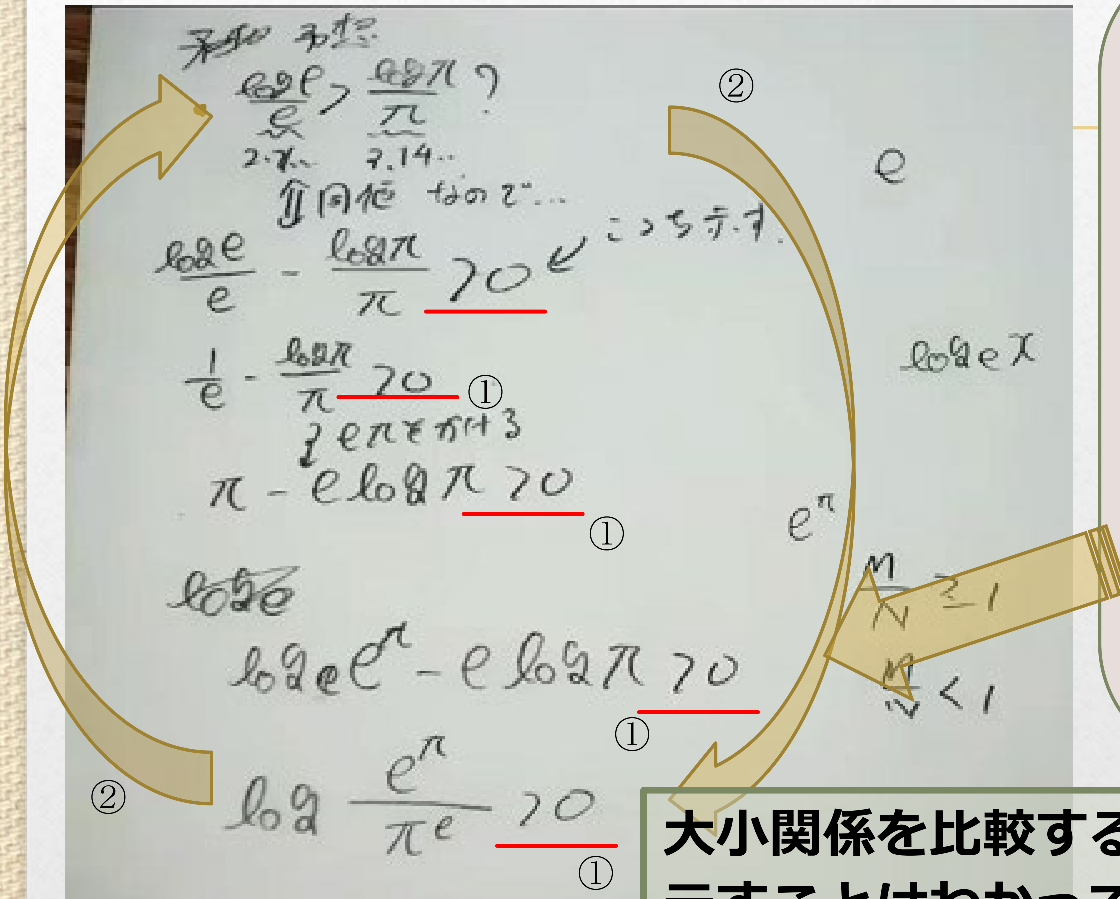
見通しを持たせたり、関数を定義する際に留意するポイント、課題を解決していく過程で新たに気付くことはあるかなど、探究的な学習が進んでいくような働きかけが増えた。

研究授業当日の様子

〇授業動画　https://youtu.be/JRNp3Zi8D_w

研究授業を振り返って

○生徒のノートより（例1）

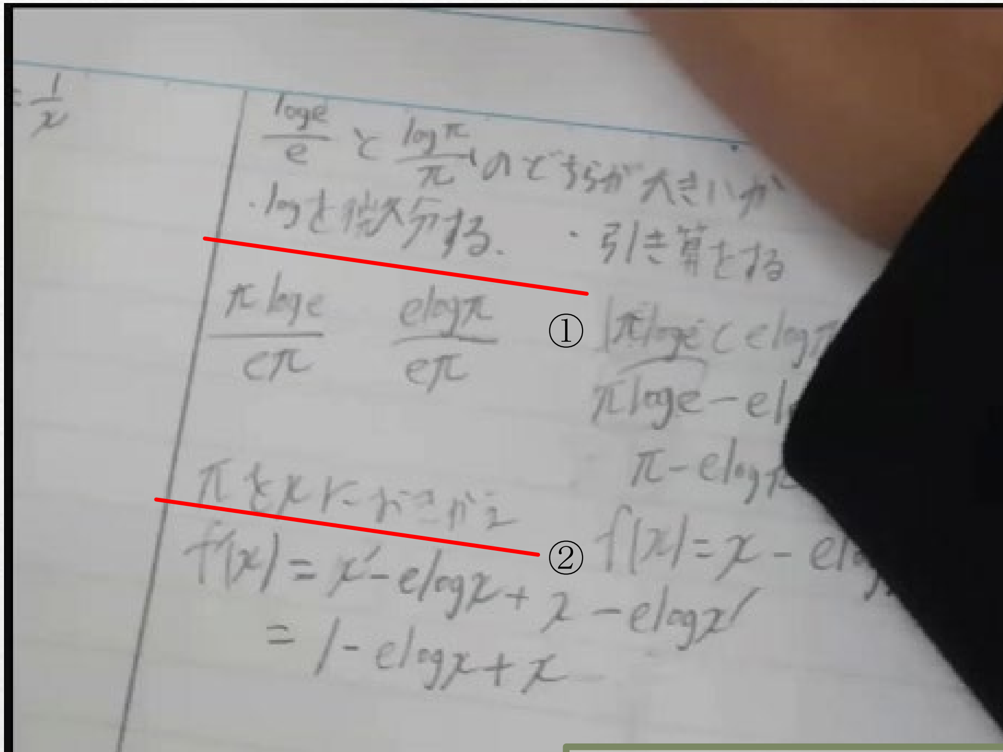


①「(左辺)−(右辺)＞0」を示すと記述しながら、(左辺)−(右辺) ＞0が成り立つこととして記述をしていることも問題ではあるが、この生徒は、何をどのように進めてよいのかわからなくなっている。
②クラスでは、「式がぐるぐる元に戻る」という声も聞こえてきていた。

大小関係を比較するために(左辺)−(右辺)＞ 0 を示すことはわかっているが、一つの関数の値とみなして考察することには気付いていない様子。

研究授業を振り返って

○生徒のノートより（例2）

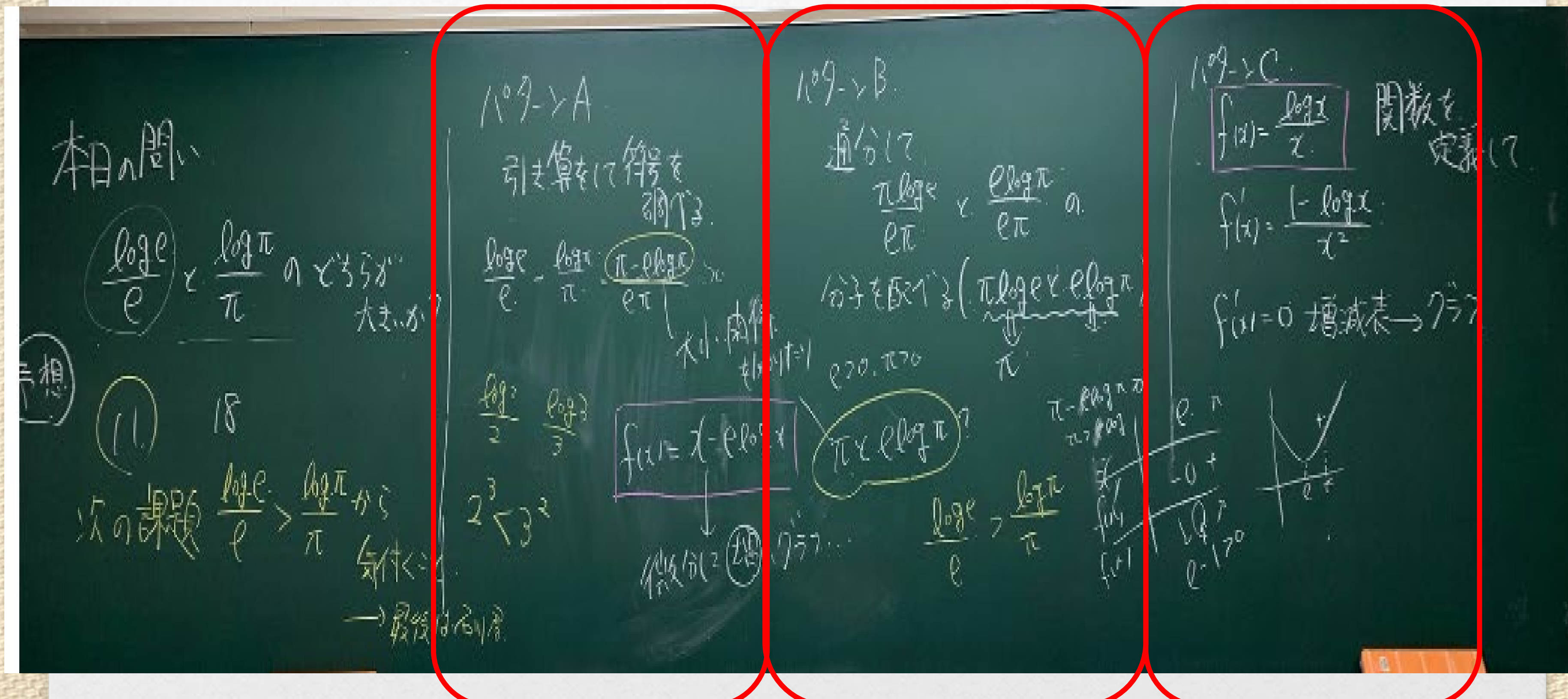


①通分してから、分子の$\log e$と$\log \pi$の大小関係を比較しようとしている。微分については「$\log x$を微分する」と示しているが、解法にどのくらい見通しを持っていたかは不明。
②「πをxに置き換える」という記載から、$\pi \log e$と$e \log \pi$が1つの関数の値としてみなす捉え方ができているのかどうかはわからない。

大小関係を比較するために、通分をして分子の差をとり、関数を定義しているものの、解法の本質の理解はできていない様子。

研究授業を振り返って

○板書より



比較・検討はこれで十分でしょうか？

研究授業を振り返って

○授業後の研究協議における意見

　学習指導案にある「予想する生徒の反応」のみを取り上げるのではなく、いくつかの方法を比較・検討させて、そこからベストな解法を選択させたり、誤った解法を取り上げて、どのような考え方で進めるとよかったのかについて検討させたりするなど、生徒自身が論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えたりする場面の設定があってもよっかたのではないか。

まとめ

○指導案検討会及び研究授業から明らかになった問題発見・解決の過程を意識した授業づくりのポイント

① 単元や本時の授業を通して、生徒にどのような力を身に付けさせたいかを具体的に言語化する。

② ①を踏まえて、単元全体の目標、本時の目標を設定する。

③ 他の意見と比較するなどして自分の考えを改善するなど、生徒が自ら、よりよい考えに進むことができるようにする場面を設定する。

④ 問題解決の過程を経て結果が得られたとき、解法を見直し、より分かりやすい適切な表現はないか、別の解法はないかなど考える場面を設定する。

作成･協力
北海道教育委員会　国立大学法人東京学芸大学