高校探究プロジェクトキックオフイベント
瞳輝く学びの実装化
－生徒のため，教師のため，未来のため－
＜資料＞

株式会社 Ｚ会
中高事業本部 指導部 教科主任
花岡 正司

1． 受験数学は特殊な数学？

■今年の入試問題から

【東大】

以下の問いに答えよ。

(1) 正の奇数 K, L と正の奇数 A, B が $KA = LB$ を満たしているとする。K を 4 で割った余りが L を 4 で割った余りと等しいならば，A を 4 で割った余りは B を 4 で割った余りと等しいことを示せ。

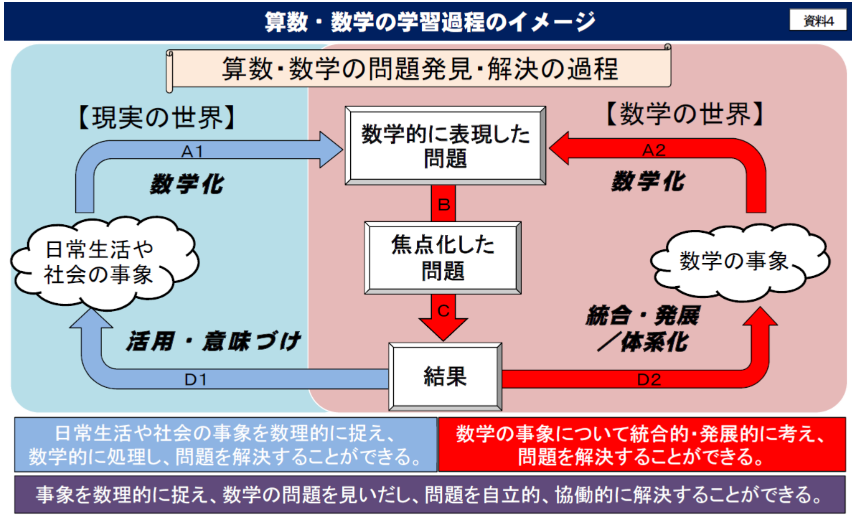
(2) 正の整数 a, b が $a > b$ を満たしているとする。このとき，$A = {}_{4a+1}\mathrm{C}_{4b+1}$，$B = {}_{a}\mathrm{C}_{b}$ に対して $KA = LB$ となるような正の奇数 K, L が存在することを示せ。

(3) a, b は (2) の通りとし，さらに $a - b$ が 2 で割り切れるとする。${}_{4a+1}\mathrm{C}_{4b+1}$ を 4 で割った余りは $B = {}_{a}\mathrm{C}_{b}$ を 4 で割った余りと等しいことを示せ。

(4) ${}_{2021}\mathrm{C}_{37}$ を 4 で割った余りを求めよ。

【京大】

p が素数ならば $p^4 + 14$ は素数でないことを示せ。



■ペーパー試験の制約はあるが，同じ数学

①前問の結果やプロセスを振り返りながら深めていく問題が多い。

②そうでなくとも，思考力≒焦点化の部分が試される問題が多い。

※難関大ほど，解法パターン≒条件反射では厳しい問題が多い。

２．解法パターンの量が受験数学のカギ？

■通過領域の問題

【領域（不等式）にして，敢えて表現を変えて】

〔1〕実数 a に対し，不等式 $y \leqq 2ax - a^2 + 2a + 2$ の表す座標平面上の領域を $D(a)$ とおく。

(1) $-1 \leqq a \leqq 2$ を満たすすべての a に対し $D(a)$ の点となるような点 $(p,\ q)$ の範囲を図示せよ。

(2) $-1 \leqq a \leqq 2$ を満たすいずれかの a に対し $D(a)$ の点となるような点 $(p,\ q)$ の範囲を図示せよ。（東北大）

〔2〕以下の問いに答えよ。

(1) 次の条件 A をみたす座標平面上の点 $(x,\ y)$ 全体の集合を図示せよ。

条件 A：すべての実数 t に対して $y \geqq xt - 2t^2$ が成立する。

(2) 次の条件 B をみたす座標平面上の点 $(x,\ y)$ 全体の集合を図示せよ。

条件 B：$|t| \leqq 1$ をみたすすべての実数 t に対して $y \geqq xt - 2t^2$ が成立する。

（九大）

【パラメタを 2 つにして】

a，b を実数とする。座標平面上の放物線 $C : y = x^2 + ax + b$ は放物線 $y = -x^2$ と 2 つの共有点をもち，一方の共有点の x 座標は $-1 < x < 0$ を満たし，他方の共有点の x 座標は $0 < x < 1$ を満たす。

(1) 点 $(a,\ b)$ のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ。

(2) 放物線 C の通りうる範囲を座標平面上に図示せよ。（東大）

■大切なことは？

・大学も出題を工夫している

・大切なことは

（少し変わっても）自分で考えて応用できること

→解法パターンよりも見方・考え方が大切

（知識の量＜理解の質）

３．数学の学び方？

■数学の学び方が問われる問題（定義や定理など基礎の理解）

【三角関数の加法定理】

(1) 一般角 θ に対して $\sin\theta$，$\cos\theta$ の定義を述べよ。

(2)(1) で述べた定義にもとづき，一般角 α，β に対して

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

を証明せよ。（東大）

【円周率】

円周率が 3.05 よりも大きいことを証明せよ。（東大）

【弧度法と三角関数の極限・導関数】

三角関数の極限に関する公式

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=0$$

を証明することにより，$\sin x$ の導関数が $\cos x$ であることを証明せよ。（阪大）

【Σ の公式】

以下の問いに答えよ。答えだけでなく，必ず証明を示せ。

(1) 和 $1+2+\cdots+n$ を n の多項式で表せ。

(2) 和 $1^2+2^2+\cdots+n^2$ を n の多項式で表せ。

(3) 和 $1^3+2^3+\cdots+n^3$ を n の多項式で表せ。（九大）

【点と直線の距離の公式】

xy 平面において，点 $(x_0,\ y_0)$ と直線 $ax+by+c=0$ の距離は

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

である。これを証明せよ。（阪大）

■数学の学び方（教え方）が問われる

①基礎・基本を疎かにして，問題演習ばかりに励んでいないか？

②基礎・基本にこそ，重要な数学的な考え方が存在する。

③違和感や困難こそ機会である。

４．まとめ：探究的な学びは入試に役立つか？

１．良質な入試問題は，それ自体が
　　　　未知の問題の探究
２．解法パターンの量よりも
　　　　本質の理解＝理解の質⇒応用できること
３．基礎・基本の学び方も重要

★陥りがちなこと
　　　　スピードや量を重視して，インプット型の基礎・基本＋パターンプラクティスの演習
★自分事の問いを持ち，答えを見出していく「探究型の学び」によって
　　　　基礎・基本の獲得
　　　　重要な（典型的な）考え方や処理の仕方（量よりも1問への多様な見方・考え方）
　　　　未知の問題に対する問題解決の姿勢や表現力
　など，得られることは大きいのではないか。

参考）採用面接での弧度法の問い，再現答案による得点